

Capítulo 8

RELATIVIDAD EN LA FÍSICA CLÁSICA

1

8.1 Transformaciones de Galileo y Mecánica

Sea S un sistema de referencia en el que se verifican las leyes de la Mecánica Clásica. Estos sistemas se denominan inerciales. Cualquier otro sistema S' que se moviera de forma arbitraria respecto de S no sería inercial. Efectivamente, supongamos, para simplificar, que el sistema mecánico que estamos estudiando se reduce a una partícula P de masa m , que supondremos ligada a un sólido 2, y denominaremos 1 y 0 a los sólidos definidos por S y S' . Si la fuerza que actúa sobre P es \vec{F} , se tendrá:

$$\vec{F} = m\vec{a}_1^P \equiv m\vec{a}. \quad (8.1)$$

Por otra parte, la cinemática clásica nos ha enseñado que²:

$$\vec{a}_1^P = \vec{a}_0^P + \vec{a}_1^{P_0} + 2\vec{\omega}_1^0 \wedge \vec{V}_0^P, \quad (8.2)$$

que sustituyendo en (8.1) da:

$$\vec{F} = m\vec{a}_0^P + m(\vec{a}_1^{P_0} + 2\vec{\omega}_1^0 \wedge \vec{V}_0^P), \quad (8.3)$$

lo que nos indica que en S' no se verifica la segunda ley de Newton debido al segundo sumando. Ahora bien, este segundo sumando se anula siempre que el movimiento 01 sea una traslación rectilínea uniforme: $\vec{V}_{01} = \vec{c}t\vec{e}$. Es decir, S' es inercial si se mueve con una traslación uniforme respecto a S . Esto es lo que se conoce como

¹Gran parte del contenido de estos temas se corresponde con la traducción al español de los capítulos 1 y 2 del libro: J. R. Taylor y C. D. Zafiratos, "MODERN PHYSICS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS". Prentice-Hall International Editions, 1991, ISBN: 0-13-590431-5.

²Véase la ecuación (3.5) y la nota 3 al pie de la página 32.

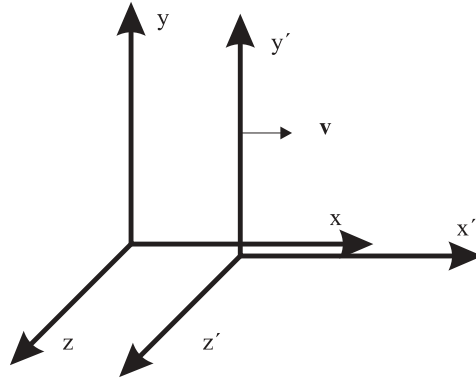


Figura 8.1: Configuración estándar de los marcos de referencia

Principio de Relatividad Galileana de la Mecánica Clásica, que podemos re-enunciar del siguiente modo: *Las leyes de la Mecánica Clásica tienen la misma forma para todos los observadores con movimiento de traslación uniforme entre sí.*

Si en S los sucesos³ se caracterizan por las coordenadas x, y, z y por el tiempo t , y en S' por x', y', z', t' , entonces la Relatividad Galileana nos dice que las ecuaciones del movimiento son invariantes frente a la transformación $G : (x, y, z, t) \rightarrow (x', y', z', t')$, denominada transformación de Galileo.

Veamos qué forma tiene la transformación de Galileo. Para simplificar las expresiones (aunque los resultados serán absolutamente generales) elegiremos las orientaciones de los ejes en S y S' de modo que los ejes OX y $O'X'$ tengan la dirección del movimiento de traslación rectilínea. Además, tomamos los orígenes de tiempos en S y S' en el instante en que ambos sistemas de referencia coinciden. Este modo de elección de los ejes en S y S' lo denominaremos, en lo sucesivo, **configuración estándar**.

Ahora, aceptando las ideas clásicas de espacio y tiempo, y de la figura 8.1, se deduce la transformación de Galileo:

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t. \end{aligned} \tag{8.4}$$

Si lo que queremos obtener es x, y, z, t en función de x', y', z', t' , no tenemos más que resolver el sistema (8.4), obteniendo:

$$x = x' + vt$$

³En Relatividad un suceso es algo que ocurre en cierto punto del espacio y en cierto tiempo. Por tanto, se caracteriza por cuatro números: las tres coordenadas del punto y el instante de tiempo en que sucede.

$$\begin{aligned}
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= t'.
\end{aligned}
\tag{8.5}$$

Obsérvese que (8.5) se podía haber obtenido directamente de (8.4) sin nada más que intercambiar el signo de v . Esto es debido a que la relación entre S y S' es la misma que la que hay entre S' y S salvo el signo de la velocidad relativa.

8.2 Relatividad Galileana y Electromagnetismo

Aunque la Mecánica Clásica verifica el principio de Relatividad de Galileo, no ocurre lo mismo con el Electromagnetismo. Esto se puede ver tomando las ecuaciones de Electromagnetismo (ecuaciones de Maxwell) y viendo cómo cambian frente a una transformación de Galileo, pero los cálculos son bastante complicados y controvertidos. Un procedimiento más simple es dar por conocido que las leyes del Electromagnetismo implican que, en el vacío, las perturbaciones electromagnéticas (la luz) viajan en cualquier dirección con la misma velocidad⁴ c , independientemente del estado de movimiento de las fuentes del campo electromagnético.

Consideremos ahora dos sistemas de referencia S y S' en la configuración estándar, y supongamos que en S se verifican las leyes del Electromagnetismo, de modo que sus observadores ven las señales luminosas viajar con velocidad c en cualquier dirección. Supongamos que un pulso de luz viaja en el sentido positivo del eje x . Entonces, de acuerdo con la ley clásica de composición de velocidades, los observadores en S' verán el pulso moviéndose en el sentido del eje x' , pero con velocidad $c - v$. Similarmente, un pulso de luz viajando en el sentido negativo del eje x para el observador S , sería visto por S' también viajando en el sentido negativo del eje x' , pero con celeridad $c + v$. Por tanto, en S' la velocidad de la luz variará entre $c - v$ y $c + v$ según su dirección de propagación. En conclusión, las leyes del Electromagnetismo no serán válidas en S' .

La situación que acabamos de describir era bien comprendida por los físicos del final del siglo XIX. En particular, se daba por absolutamente obvio que debía existir un marco de referencia privilegiado, denominado marco del éter, en el que la luz viajaba con velocidad c en todas las direcciones. Estos físicos eran muy mecanicistas en su visión del mundo, y creían que las ondas de luz debían propagarse a través de un medio, al igual que las ondas sonoras se propagan en el aire. Pero como la luz se propaga en el vacío, los físicos tuvieron que reconocer que el éter debía tener unas propiedades inusuales.

Los físicos del siglo pasado pensaban como pensaban. Ahora bien, desde un punto de vista lógico, ante el hecho de que el principio de Relatividad de Galileo

⁴ $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, siendo ϵ_0 y μ_0 la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío.

vale para la Mecánica Clásica pero no para el Electromagnetismo, cabe elegir entre 3 alternativas:

(1) Un principio de Relatividad existe para la Mecánica, pero no para la Electrodinámica. Para esta última existe un marco inercial privilegiado (el marco del éter).

(2) Existe un mismo principio de Relatividad, tanto para la Mecánica como para la Electrodinámica, pero ésta, en la formulación de Maxwell, no es correcta.

(3) Existe un mismo principio de Relatividad, tanto para la Mecánica como para la Electrodinámica, pero la Mecánica Clásica es incorrecta.

La elección entre estas posibilidades sólo puede hacerse sobre la base de los resultados experimentales. La alternativa correcta resultó ser la (3), en la forma de la Teoría Especial de la Relatividad.

De los experimentos que permitieron dilucidar la alternativa correcta sólo analizaremos uno, el más famoso, que permitió eliminar la alternativa (1).

8.3 El experimento de Michelson-Morley

Si se supone que existe un único marco del éter parece claro que a medida que la Tierra orbita alrededor del Sol debe moverse respecto del marco del éter. La detección de este movimiento es la tarea que se propuso Michelson, y que realizó ayudado por Morley entre los años 1.880 y 1.887.

Se podría pensar en medir la velocidad de la luz respecto de la Tierra en distintas direcciones. Si se encontraran velocidades distintas se podría concluir que la Tierra se mueve respecto al éter, y un simple cálculo determinaría la velocidad de este movimiento.

En la práctica este experimento es enormemente difícil porque la velocidad de la luz es enormemente grande ($c = 3 \cdot 10^8 m/s$).

Si denominamos v a la velocidad de la Tierra respecto al éter, entonces la velocidad de la luz que observaríamos debería variar entre $c - v$ y $c + v$. Aunque el valor de v es desconocido, en promedio debería ser del mismo orden de magnitud que la que la velocidad orbital de la Tierra respecto al Sol ($v \approx 3 \cdot 10^4 m/s$), o incluso mayor si el Sol también se mueve respecto al éter⁵.

Vemos que el cambio esperado en las medidas de la velocidad de la luz debido al movimiento de la Tierra es de una parte en 10^4 . Esta cantidad era demasiado pequeña para ser detectada mediante medidas directas de la velocidad en aquella época.

Para evitar la necesidad de tales medidas directas, Michelson diseñó un interferómetro, que es un aparato en el que un haz de luz es dividido en dos haces mediante una superficie semirreflectante; los dos haces viajan a lo largo de caminos perpendiculares y son reunidos de nuevo para formar un patrón de interferencia;

⁵La velocidad en la superficie de la Tierra debida a su rotación propia es del orden de $5 \cdot 10^2 m/s$, por lo que se puede despreciar frente a la velocidad debida al movimiento orbital.

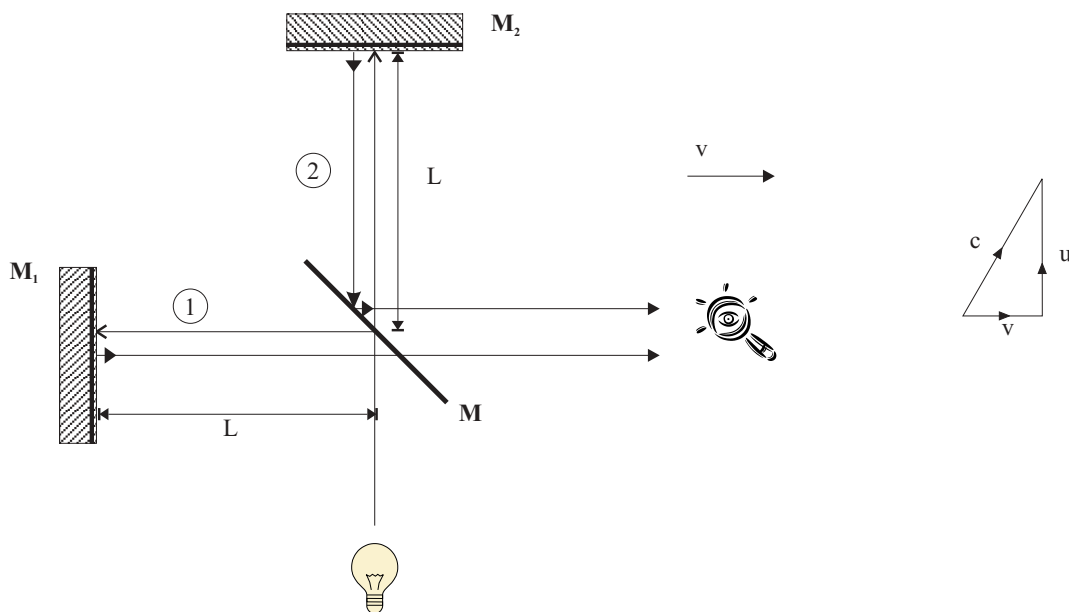


Figura 8.2: Interferómetro de Michelson-Morley.

este patrón es sensible a las diferencias de velocidad de la luz de los dos caminos ortogonales, de modo que permite detectar tales interferencias.

La figura muestra un esquema simplificado del interferómetro de Michelson. Cuando la luz de la fuente llega al espejo semitransparente M , parte continúa su camino hacia el espejo M_2 y la otra parte es reflejada hacia el espejo M_1 . Los dos haces reflejados en M_1 y M_2 vuelven a M , donde vuelven a ser escindidos, de modo que una parte de cada uno de ellos llega al observador. De este modo, el observador recibe dos señales, las cuales interfieren constructiva o destructivamente, dependiendo de sus diferencias de fase.

Para calcular esta diferencia de fase vamos a suponer por el momento que los dos brazos del interferómetro tienen la misma longitud L . En este caso la diferencia de fase se deberá a las distintas velocidades con que los haces recorren cada brazo. Para simplificar las cosas vamos a suponer que el brazo 1 es exactamente paralelo a la velocidad \vec{v} de la Tierra. Entonces la luz viajará de M a M_1 con velocidad $c + v$ (respecto del interferómetro) y regresará de M_1 a M con velocidad $c - v$. El tiempo total empleado en el viaje de ida y vuelta será:

$$t_1 = \frac{L}{c + v} + \frac{L}{c - v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2}. \quad (8.6)$$

Es conveniente reescribir esta expresión en términos del cociente $\beta = v/c$ que según hemos visto cabe esperar que sea muy pequeño, $\beta \approx 10^{-4}$. En función de β , (8.6) toma la forma⁶:

⁶En el último paso de (8.7) se ha usado la aproximación binomial: $(1 + z)^n \approx 1 + nz$, válida para cualquier n siempre que $z \ll 1$.

$$t_1 = \frac{2L}{c} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} \approx \frac{2L}{c} (1 + \beta^2). \quad (8.7)$$

Denominaremos \vec{u} a la velocidad de la luz respecto al interferómetro en el camino de M a M_2 . Para un observador en el éter dicha velocidad debe ser \vec{c} . La ley de composición de velocidades nos dice que:

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{v}, \quad (8.8)$$

y como \vec{u} y \vec{v} son perpendiculares, se sigue que:

$$u = \sqrt{c^2 - v^2}. \quad (8.9)$$

Como la velocidad en el viaje de vuelta es la misma, el tiempo total empleado en recorrer el brazo 2 será:

$$t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \approx \frac{2L}{c} (1 + \frac{\beta^2}{2}). \quad (8.10)$$

Vemos que las señales que viajan por los dos brazos tardan tiempos diferentes en volver a M , siendo su diferencia:

$$\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{L}{c} \beta^2. \quad (8.11)$$

Si esta diferencia Δt fuera cero, los dos pulsos llegarían a la vez interfiriendo constructivamente, con lo que la señal resultante sería brillante. Si Δt fuera cualquier múltiplo entero del período de la luz, $T = \lambda/c$ (λ es la longitud de onda de la luz), la interferencia también sería constructiva. Pero si Δt fuera igual a un múltiplo impar de semiperíodos ($\Delta t = 0'5 \cdot T$, $1'5 \cdot T$, $2'5 \cdot T$, ...), la interferencia sería destructiva. Podemos expresar estas ideas de forma compacta mediante el cociente:

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{L \frac{\beta^2}{c}}{\frac{\lambda}{c}} = \frac{L \beta^2}{\lambda}. \quad (8.12)$$

N es el número de ciclos completos con que los pulsos llegan fuera de fase; es decir, es el desfase expresado en ciclos.

En la práctica es imposible asegurar que los dos brazos del interferómetro tienen exactamente la misma longitud, por lo que se producirá un desfase adicional debido a esta diferencia. Para evitar esta nueva complicación, Michelson y Morley rotaron el interferómetro 90° , sin dejar de observar el patrón de interferencia mientras movían el aparato. Esta rotación no debería afectar al desfase debido a la diferencia de longitudes de los brazos, pero debería invertir el desfase debido al movimiento terrestre, ya que ahora sería el brazo 2 paralelo a \vec{v} y el 1 perpendicular. Por tanto, la rotación provocaría un cambio en el desfase igual al doble del dado por la expresión (8.12):

$$\Delta N = \frac{2L\beta^2}{\lambda}. \quad (8.13)$$

Esto quiere decir que a medida que se girase el interferómetro el patrón de interferencia iría cambiando de brillo a oscuro ΔN veces.

Cuando Michelson y Morley ejecutaron su experimento no observaron desplazamiento alguno del patrón de interferencia cuando giraron su aparato. Se podría pensar que hicieron el experimento en un momento en que la Tierra estaba en reposo respecto al éter, pero que si se repitiera el experimento unos pocos meses después la velocidad ya no sería cero. Pero el experimento se ha repetido muchas veces en distintos períodos del año, cada vez con mayor precisión, y el resultado siempre ha sido el mismo: El patrón de interferencia no se modificó al rotar el aparato.

La conclusión que cabe extraer del experimento de Michelson y Morley es la siguiente: En contra de todas las previsiones de la época, la luz viaja siempre con la misma velocidad en todas las direcciones cuando se observa desde un sistema de referencia ligado a la Tierra, aún cuando la Tierra tiene diferentes velocidades en diferentes épocas del año. Es decir, no existe un único marco del éter en el que la luz viaja con la misma velocidad en cualquier dirección.

Esta conclusión resultó tan sorprendente que debieron transcurrir casi 20 años para que comenzara a tomarse en serio. Lo que ocurrió fue que se fueron ideando sucesivamente distintas teorías alternativas capaces de explicar el resultado del experimento de Michelson y Morley sin renunciar al concepto del éter. Por ejemplo, en la teoría del arrastre del éter se suponía que la Tierra en su movimiento arrastraba al éter, del mismo modo que lo hace con la atmósfera. En este caso, un observador terrestre estaría en reposo respecto al éter circundante, y el experimento de Michelson y Morley daría la misma velocidad de la luz en todas las direcciones en las distintas épocas del año. Pero, entonces, la luz proveniente de las estrellas debería flectarse al entrar en contacto con la atmósfera etérea terrestre, lo que contradice un conocido fenómeno astronómico: la aberración estelar.

Análogamente, las distintas teorías alternativas para explicar el resultado del experimento de Michelson y Morley fueron siendo abandonadas porque no encajaban con toda la evidencia experimental. Hoy, casi todos los físicos están de acuerdo en que Michelson y Morley no pudieron detectar el movimiento de la Tierra respecto al marco del éter porque el marco del éter no existe. La primera persona que aceptó esta conclusión, desarrollando sus consecuencias hasta el punto de crear una nueva teoría, fue Einstein. A esta teoría, la Relatividad Especial, dedicaremos los dos próximos capítulos.